NOTES SUR LA I PARTIE.

§ 1.

Le signe $\supset$ signifie « on déduit ».

Le signe $\frown$, toujours sousentendu, signifie « et ».

Ces signes ne sont pas définis; ils représentent des idées irréductibles. Par eux on définit le signe $=$ (§ 1 P3).

Les lettres a, b, c ... désignent des propositions quelconques.

Il faut connaître l'usage des points (Introduction, § 10).

Avec ces conaissances on peut lire toutes ces formules. Pour lire aussi les démonstrations, il faut savoir que

Pp signifie « proposition primitive », ou qu'on ne démontre pas.

Def » « définition ».

Il faut aussi connaître la notation de la substitution $\begin{pmatrix} a', b' \\ a, b \end{pmatrix}$, les abréviations Hp et Ts (hypothèse et thèse) et P (proposition).

La démonstration d'une formule de logique, c'est-à-dire d'une règle de raisonnement, n'a pas, en général, pour but de nous assurer sur la vérité de cette règle, mais bien de la décomposer dans les règles de raisonnements qu'on a appellées primitives, en nombre de 9.

1, 5. Leibnitii, *Opera philosophica* (Edit. J. E. Erdmann, Berolini a. 1840, pag. 98).

Propositiones per se verae: 1) a est a; 2) ab est a.

6. Leibniz, id. pag. 95.

« Si idem secum ipso sumatur nil constituitur novum ».

G. Boole, *Mathematical Analysis of Logic*, a. 1847, pag. 17; *The laws of thought*, a. 1854, pag. 31.

8. Leibnitii, *Opera philosophica*, a. 1840, pag. 98:

Transpositio literarum in eodem termino nihil mutat, ut ab coincidet cum ba, seu animal rationale et rationale animal.

Boole, ib.

12. Ch. Peirce, *On the Algebra of Logic*. American Journal of Mathematics, t. 3, a. 1880, t. 4, a. 1884.

13. Aristotelis, *Analyt. Pr.*, L. I, cap. IV:

Εἰ τὸ Α κατὰ παντὸς τοῦ Β, καὶ τὸ Β κατὰ παντὸς τοῦ Γ, ἀνάγκη καὶ τὸ Α κατὰ παντὸς τοῦ Γ κατηγορεῖσθαι.

30. LEIBNIZ, id., pag. 98.

Ex quotcumque propositionibus fieri potest una, additis omnibus subjectis in unum subjectum et omnibus praedicatis in unum praedicatum. Ut a est b, c est d, et e est f, inde fiet ace est bdf.

H. MC COLL, *The Calculus of equivalent statements,* Proceedings of the London Math. Society, a. 1878, t. X, pag. 16.

33. LEIBNITII, id. *Difficultates quaedam logicae*, pag. 102:

« Omne a est b, id est: equivalent a et ab ».

36. LEIBNIZ, id., pag. 98-99.

Ex quacunque propositione cujus praedicatum est ex pluribus terminis compositum possunt fieri plures, quarum qualibet idem quod ante habet subjectum, sed loco praedicati habet aliquam prioris praedicati partem; a est bcd ergo a est b, et a est c, et a est d.

H. MC COLL, ib.

39. PEIRCE, id. t. 3, pag. 24.

§ 2.

$-a$ signifie « non a ». L'idée de la négation est primitive et déterminée par deux propositions primitives P1, 3. On définit en conséquence le signe $\cup$ (P6), et le signe A (§ 3 P1).

3. J. A. SEGNER, *Specimen logicae universaliter demonstr.*, 1740:

« Si x ponatur pro *non triangulo*, $-x$ erit *triangulum* » (J. VENN, *Symbolic Logic*, 1881, pag. 184).

6, 7, 8. AUG. DE MORGAN, *On the syllogism,* Cambridge Phil. Transactions, 1858.

13. LEIBNIZ, id., pag. 96:

Constitutum ex contentis inest constituto ex continentibus. Si a est in m, et b est in n erit $a+b$ in $m+n$.

16. LEIBNIZ, id., pag. 96:

Si quid additur ei cui inest nil constituitur novi. Si b est in a erit $a+b=a$.

Conversum theorematis praecedentis: Si quid addendo alteri nil constituitur, ipsum alteri inest. Si $a+b=a$ tum b erit in a.

17. LEIBNIZ, id., pag. 96:

Cui singula insunt, etiam ex ipsis constitutum inest. Si a est in c et b est in c etiam $a+b$ erit in c.

22. BOOLE, *Math. anal.*, pag. 16; *The laws of thought*, pag. 33.

24-29. CH. PEIRCE, *Three papers on Logic*, Journal of speculative Philosophy, a. 1868; American Journal of Math., t. 3, a. 1880.

SCHRÖDER, *Algebra der Logik*, t. I, a. 1890, p. 362, 382; t. II, a. 1891, p. 33.

30. SCHRÖDER, id., I, p. 383.

31. VAILATI, Rivista di Matematica, 1891, p. 103.

32-34. BOOLE, id.

35. SCHRÖDER, id., pag. 308.

36, 37. MC COLL, id., P13, 11.

§ 3.

1. SCHRÖDER, *Algebra der Logik*, I, pag. 302.

2, 4. Id., pag. 271.

3. Id., pag. 188.

7. Id., pag. 190.

8. LEIBNITII, *Difficultates quaedam logicae* (Ed. Erdmann, p. 102): « Omne *a* est *b* seu *a* non *b* est non ens. Nullum *a* est *b* seu *ab* est non ens ».

9. G. BOOLE, *The laws of thought*.

15-18. BOOLE, *The laws of thought*.

SCHRÖDER, *Algebra der Logik*, I, p. 446; II, p. 200 e segg.

19. A. DE MORGAN, *Formal Logic*, 1847, p. 278.

22. E. SCHRÖDER, *Vorlesungen über die Algebra der Logik*, t. II, 1891, p. 280-1.

21-23, J. HAUBER, *Scholae logico-mathematicae*, 1829.

24-30, JEVONS, *Pure logic*, a. 1864.

SCHRÖDER, *Algebra der Logik*, I, p. 381.

§ 4.

Le signe K signifie « classe ».
» ε » « est un ».

§ 5.

Le signe [illegible] signifie « fonction ». Dans l'Introduction et dans la V partie et suivantes on l'a changé en f.

3. R. DEDEKIND. *Was sind und was sollen die Zahlen?* Braunschweig, 1888, n. 21 — 5. Id., n. 22 — 9. Id., n. 23 — 10. Id., n. 24 — 12-14. Id., n. 25 — 21. Id., n. 26 — 24. Id., n. 27 — 25. Id., n. 28 — 26. Id., n. 29 — 28. Id., n. 31.

Rivista di Matematica, 1891, p. 24-31, 182-184; a. 1893, p. 4, 5.

NOTES SUR LA II PARTIE.

§ 2.

6. Euclides (*Opera omnia*, edidit Heiberg, Lipsiae), VII, 16.

8, 46. Euclides, II, 1. — Id. V, 1, 2.

18-20. Diophantus, *Arith.* I, 9 :

Λεῖψις ἐπὶ λεῖψιν πολλαπλασιασθεῖσα, ποιεῖ ὕπαρξιν. Λεῖψις δὲ ἐπὶ ὕπαρξιν, ποιεῖ λεῖψιν.

36. Euclides, V, 16. — 37. Id. 18. — 39. Id. 12. — 40. Id. 22. — 41. Id. 23. — 42. Id. 24.

§ 3.

7. Euclides, IX, 11. — 8. Id. VIII, 13; IX, 3, 9. — 9. Id. VIII, 11, 12; IX, 4.

§ 4.

4. Euclides, II, 4.

6. Euclides, II, 9.

7. Euclides, II, 5.

8. Jord. Nemorarius, a. 1200 (V. M. Cantor, *Geschichte d. Math.*, II, p. 59).

47. Diophantus, *Arith.* III, 22. — 48. Id. II. 8, 9.

52. Euler, *Demonstratio theoremi Fermatiani* (Novi Comm. Petrop. t. V, a. 1760, p. 53-54).

§ 5.

24. Euclides, V, 25.

25. Chuquet, a. 1484 (V. M. Cantor, II, p. 322).

§ 6.

21. Euclides, X, 42. — 22, 23. Id. X, 54-59, 91-96.

§ 7.

21-31. *Mirifici logarithmorum canonis descriptio, ejusque usus, in utraque Trigonometria, ut etiam in omni Logistica Mathematica, Amplissimi, Facillimi, et expeditissimi explicatio.* Authore ac Inventore Ioanne Nepero, Barone Merchistonii, etc. Scoto. Edinburgi, ex officina Andreæ Hart, Bibliopolæ CIƆ.DC.XIV.

Pag. 20.

Ex his praelibatis judicent eruditi quantum emolumenti adferent illis logarithmi: quandoquidem per eorum additionem multiplicatio, per substractionem divisio, per bipartitionem extractio quadrata, per tripartitionem cubica, et per alias faciles prostaphaereses omnia graviora calculi opera evitantur.

$$\left[\log \text{nep}\, x = -10^7 \log_e \left(\frac{x}{10^7}\right)\right]$$

§ 8.

6. DIOPHANTUS, I, 1. — 7. ID. I, 2, 4. — 8. ID. I, 16. — 9. ID. I, 18, 19.

23. EUCLIDES, II, 5, 6. Cfr. LORIA, *Le scienze esatte nell'antica Grecia*, Libro I, pag. 44, 45.

LEONARDUS PISANUS, de filiis Bonaccii, *Liber abbaci*, 1202. (Publicato da B. Boncompagni, pag. 497).

(Si) volueris invenire quantitatem census [x^2], *qui cum datis radicibus* [$+px$] *equetur numero dato* [$=-q$], *sic facias: accipe quadratum medietatis radicum* [$p^2/4$], *et adde eum super numerum datum* [$p^2/4-q$]; *et eius, quod pervenerit, radicem accipe* [$\sqrt{p^2/4-q}$]; *de qua numerum medietatis radicum tolle* [$\sqrt{p^2/4-q}-p/2$]; *et quod remanserit erit radix quesiti census.*

24. EUCLIDES, VI, 28, 29.

25. DIOPH. I, 30. — 26. ID. I, 31, 33. — 27. ID. I, 32.

28. BACHET, *Commentaria in Diophantum*, I, 33, quaestio 1ª.

§ 9.

7. CAUCHY, *Analyse algébr.*, c. 7 (1821).

§ 10.

1-2. EUCLIDES, IX, 35.

3. NEWTON, *Epistola ad D. Henricum Oldenburg*, 13 junii 1676.

5, 14. PYTHAGORAS (V. M. CANTOR, *Geschichte der Mathematik*, I, 135).

6. ARCHIMEDES, *Spiral.* 10.

7. NICOMACUS, *Arith.* II, 20.

8, 9. FERMAT. JAC. BERNOULLI, *Ars conjectandi*, p. 27.

10-12. FERMAT, *Oeuvres*, I, 341.

10. ARIABHATTAS, 21.

NOTES SUR LA III PARTIE.

§ 1.

29. EUCLIDES, VIII, 6, 7, 14-17, 22-25.

§ 3.

6-7. EUCLIDES, VII, 1-2.

9. EUCLIDES, VII, 2:

. . . ἐὰν ἀριθμὸς δύο ἀριθμοὺς μετρῇ, καὶ τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον μετρήσει.

13. EUCLIDES, VII, 3. — 16. ID. VII, 25, 27; VIII, 2, 3. — 17. ID. VII, 20-21. — 19. ID. VII, 23, 24. — 19'. ID. VII, 26.

§ 4.

5. EUCLIDES, VII, 34. — 8, 9. ID. VII, 35. — 11. ID. VII, 36, 37.

§ 5.

4. EUCLIDES, VII, 31-32. — 6. ID. VII, 29. — 9. ID. VII, 30. — 10. ID. IX, 12. — 11. ID. IX, 13.

12. FERMAT, *Opera Math.*, Tolosae 1679. — LEIBNIZ, *Mathematische Schriften*, ed. Gerhardt, vol. VII, pag. 154. — EULER, *Comm. Petrop.*, t. 8, p. 143, a. 1736; *N. C. Petrop.* t. 8, p. 70.

13. WILSON; V. WARING, *Med. Alg.* 1782, p. 380; LAGRANGE, *Berlin*, *Mém.* a. 1771; EULER, *Opusc. anal.* t. I, p. 329; Petrop. a. 1783.

15, 16. EUCLIDES, IX, 20.

17, 18. LEGENDRE, *Théorie des nombres*, Introduction, N. XX.

NOTE SUR LA IV PARTIE.

V. Rivista di Matematica, t. III, a. 1893, pag. 76-101.

NOTE SUR LA V PARTIE.

V. Rivista di Matem., t. IV, a. 1894, pag. 33.

NOTE SUR LA VI PARTIE.

V. Rivista di Matem., t. IV, pag. 135.

NOTE SUR LA VII PARTIE.

V. Rivista di Matem., t. IV, pag. 161.

NOTE SUR LA VIII PARTIE.

V. Rivista di Matem., t. IV, pag. 163.

NOTE SUR LA IX PARTIE.

V. Rivista di Matem., t. V, a. 1895, pag. 1.